INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E AUDITORIA DE MOÇAMBIQUE

Exame de Admissão de Matemática

Disciplina:	Matemática	Nº Questões:	60
Duração:	120 minutos	Alternativas por questão:	5
Ano:	2020		

INSTRUÇÕES

1. Preencha as suas respostas na FOLHA DE RESPOSTAS que lhe foi fornecida no início desta prova. Não será aceite qualquer outra folha adicional, incluindo este enunciado.
2. Na FOLHA DE RESPOSTAS, assinale a letra que corresponde à alternativa escolhida pintando completamente o interior do círculo por cima da letra. Por exemplo, pinte assim ⬤.
3. A máquina de leitura óptica anula todas as questões com mais de uma resposta e/ou com borrões. Para evitar isto, preencha primeiro à lápis HB, e só depois, quando tiver certeza das respostas, à esferográfica (de cor azul ou preta).

Leia com atenção e responda às questões que se seguem.

1. **O conjunto das soluções da equação $\sqrt{x^2+20x+100}=47$ é:**
A. $\emptyset$ B. $\{-57; 37\}$ C. $\{37; 57\}$ D. $\{-37; 57\}$ E. $\{-57; -37; 37; 57\}$

2. **O conjunto das soluções da inequação modular $\left||x+1|+2\right|>3$ é:**
A. $]4; +\infty[$ B. $]-6; -2[\,\cup\,]0; 4[$ C. $]-6; 4[$ D. $]-\infty; -2[\,\cup\,]0; +\infty[$ E. $]0; +\infty[$

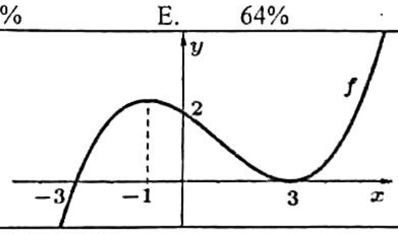
3. **Quantos são números naturais n tais que $100 \le n < 1000$ e todos os dígitos de n sejam números pares?**
A. 100 B. 125 C. 200 D. 250 E. 500

4. Uma classe consiste em 10 alunos. **Quantos comités contendo 8 pessoas pode-se formar dos alunos da classe?**
A. 18 B. 80 C. 45 D. 90 E. 89

5. A competição de artistas é realizada em 4 dias. Foram anunciadas 75 aparições, incluindo a de António. No primeiro dia, haverá 21 desempenhos, os restantes serão distribuídos igualmente entre os dias restantes. A ordem dos desempenhos é determinada por sorteio. **Qual é a probabilidade de que o desempenho de António ocorra no quarto dia da competição?**
A. 18% B. 36% C. 25% D. 21% E. 24%

6. A Ana planificou para comprar um TV de uma determinada marca num dos supermercados X ou Y. Ela tem tempo para visitar apenas um desses supermercados e, com uma probabilidade de 40%, escolherá o X. A probabilidade de o TV de que ela precisa é vendido no supermercado X é de 80%, e a probabilidade de ser vendido no supermercado Y é de 30%. A Ana exactamente vai comprar o TV caso encontrar vendido. **Qual é a probabilidade de a Ana comprar o TV ?**
A. 50% B. 44% C. 37,5% D. 56% E. 64%

7. **Atendendo ao gráfico da função $y=f(x)$ na figura, escolha a proposição falsa.**
A. O valor da função f no ponto $x=0$ é igual a 2
B. No intervalo $]-3; -2[$ a função f é crescente
C. O ponto $x=-1$ é um ponto de máximo local da função f
D. A primeira derivada da função f no intervalo $]0; 3[$ é positiva
E. $f(-3)=f(3)=0$



8. **Escolha a função ímpar e tal que o gráfico da função passa pelo ponto com coordenadas (1;0).**
A. $f(x)=x^2-x$ B. $f(x)=x^3+x$ C. $f(x)=\sin(\pi x)$ D. $f(x)=9\ln x$ E. $f(x)=x\,\mathrm{sen}(\pi x)$

9. **A sucessão $\{a_n\}$ $(n=1,2,\dots)$ com o termo geral $a_n=\dfrac{(-1)^{n-1}}{5\cdot 2^{n+1}}$ é:**
A. uma progressão aritmética crescente
B. uma progressão geométrica nem crescente nem decrescente
C. uma progressão geométrica decrescente
D. uma progressão aritmética nem crescente nem decrescente
E. uma sucessão que não é progressão aritmética nem progressão geométrica

10. Tem-se 100 garrafas de água, sendo que a primeira contém 1 Litro de água, e cada das seguintes garrafas contem em 0.1 Litros maior do que garrafa precedente. **Quantos Litros de água contêm todas as garrafas?**
A. 545 L B. 1190 L C. 750 L D. 1090 L E. 595 L

11. No ano 2015, um produto custava 100 Mt e, desde 2016, seu preço diminui anualmente em 5%. **Qual será o preço do produto em 2020?**
A. $100\cdot(0{,}95)^5$ Mt B. $100/(1{,}05)^5$ Mt C. 75 Mt D. $100-(0{,}95)^5$ Mt E. $100\cdot(1-(0{,}05)^5)$ Mt

12. **A soma infinita $-\frac{1}{2}+\frac{a}{2}-\frac{a^2}{2}+\frac{a^3}{2}-\cdots$ existe e tem valor finito se e somente se o número real a satisfaz a condição:**
A. $-1<a\le 0$ B. $a=0$ C. $-1<a<1$ D. $0\le a<2$ E. $|a|<2$

13. **Qual é o valor do limite $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)(n+3)}{n^2+n+1}$?**
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. $+\infty$

14. A função $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{quando } x<0 \\ -3 & \text{quando } x=0 \\ \cos x & \text{quando } x>0 \end{cases}$ no ponto $x = 0$:
A. é contínua B. tem descontinuidade do tipo de salto C. tem descontinuidade da 2ª espécie
D. tem descontinuidade evitável E. nenhuma das alternativas A-D.

15. **Qual é a primeira derivada da função $f(x) = x^2e^{2x}$?**
A. $2xe^{2x}$ B. $2e^{2x}(x^2+1)$ C. $4xe^{2x}$ D. $xe^{2x}(x+2)$ E. $2xe^{2x}(x+1)$

16. **Seja $f(x) = 4/x$. Quais são x tais que a recta tangente ao gráfico de f no ponto x tem o coeficiente angular -1?**
A. $x = \pm 4$ B. $x = \pm 2$ C. $x = \pm 1$ D. $x = \pm 1/2$ E. $x = \pm 1/4$

17. **Os ponto de máximo local da função $f(x) = x^4 - 2x^2$ são:**
A. só $x = 0$ B. $x = \pm 1$ C. $x = 0$ e $x = \pm 1$ D. só $x = -1$ E. não existem

18. **A solução do integral $\int (1-(1-3x)^2)\,dx$ é:**
A. $x + (1-3x)^3 + c$ B. $6(1-3x) + c$ C. $\ln|x| - \frac{3}{2}(1-3x)^3 + c$
D. $x + \frac{1}{6}(1-3x)^3 + c$ E. $x + \frac{1}{9}(1-3x)^3 + c$

19. **Qual é a função f se uma das suas funções primitivas define-se por $F(x) = 2\sin(2x) + \pi$?**
A. $f(x) = -\cos(2x) + \pi x$ B. $f(x) = \cos(2x)$ C. $f(x) = 4\cos(2x)$
D. $f(x) = -\cos(2x)$ E. $f(x) = -4\cos(2x) + \pi x$

20. **A parte imaginária do numero complexo $z = i(2+i)^2$ é igual a:**
A. -5 B. 5 C. -4 D. 3 E. -3

21. Consideremos as seguintes proposições: $M =${ele conhece bem a matemática}, $F =${ele usa métodos fraudulentos no exame}, e $A =${ele será aprovado no exame}. **Encontre a forma simbólica da seguinte proposição: se ele conhece bem a matemática e não usa métodos fraudulentos no exame, então ele será aprovado no exame.**
A. $A \Rightarrow (M \wedge \sim F)$ B. $(M \wedge \sim F) \Rightarrow A$ C. $M \wedge (F \Rightarrow A)$ D. $(M \vee \sim F) \Rightarrow A$ E. $(M \wedge \sim F) \vee A$

22. **Escolha a proposição falsa:**
A. $\exists x \in \mathbb{R} : x < \pi$ B. $\forall x \in \mathbb{Z} : e^x > 0$ C. $\forall x \in [0;1] : x^2 < \pi$ D. $\exists x \in \mathbb{Q} : e^x < 0$ E. $\forall x \in \mathbb{N} : x > -\pi$

23. **Determine o conjunto dos valores do parâmetro real a tal que $\forall x \in \mathbb{R}\ x^2 + ax > 1$.**
A. $\emptyset$ B. $]-1;1[$ C. $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$ D. $]-\infty;-1[\, \cup\,]1;+\infty[$ E. $\mathbb{R}$

24. **O domínio de existência da expressão $(\log_2(1-x^2))^{-2}$ é:**
A. $]-1;1[$ B. $]-\infty;-1[\, \cup\,]1;+\infty[$ C. $]-1;1[\setminus\{0\}$ D. $]0;1[$ E. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$

25. **Qual é a expressão equivalente à expressão $\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}$ por $a > 1$?**
A. $\frac{4\sqrt{a}}{a-1}$ B. $\frac{1}{a-1}$ C. 2 D. $\frac{a-1}{a+1}$ E. $\frac{2(a+1)}{a-1}$

26. **O conjunto de soluções da inequação $\sqrt{x^2+1} > x - 1$ é:**
A. $]0;+\infty[$ B. $\emptyset$ C. $]-\infty;0[\, \cup\,]1;+\infty[$ D. $\mathbb{R}$ E. $]0;1[$

27. O preço de uma camisa depois do aumento 20% é igual ao preço de sapatos depois do desconto 20%. **Qual era a relação entre os preços da camisa e dos sapatos antes de alterações?**
A. 1 : 2 B. 1 : 3 C. 2 : 3 D. 2 : 5 E. 3 : 5

28. Três trabalhadores distribuíram entre si o pagamento de valor 10.000 MT recebido pelo um determinado trabalho, sendo que o segundo recebeu em 1.600 MT menos do que primeiro, e o terceiro recebeu 80% do segundo. **Qual é o valor recebido pelo terceiro trabalhador?**
A. 2.400 MT B. 3.680 MT C. 4.600 MT D. 2.850 MT E. 3.000 MT

29. O preço de um produto primeiro aumentou em 60%, depois diminuiu em 50%, e finalmente aumentou 25%. **Como o preço final do produto mudou em relação ao seu preço inicial?**
A. diminuiu 15% B. aumentou 35% C. aumentou 15% D. aumentou 20% E. não mudou

30. Uma pessoa abriu uma conta em um banco com uma renda anual de 1%. Suponhamos que ele não vai colocar dinheiro na conta e não vai levantar da conta. **Qual será a percentagem de aumento da sua conta, após de 10 anos?**
A. $100\log_{1,01} 10$ % B. $100((1{,}01)^{10} - 1)$ % C. 10 % D. $100\log_{1,01} 10$ % E. $100\log_{10}(10^{10} - 1)$ %

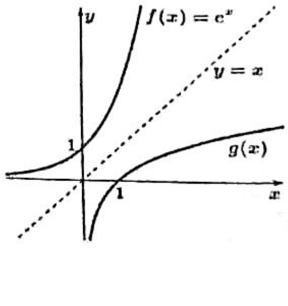
31. Uma pessoa gastou 900 MT para compra de carne, peixe e queijo, na proporção de 5 : 4 : 3. **Quanto foi gasto em peixe?**
A. 300 MT B. 450 MT C. 400 MT D. 250 MT E. 350 MT

32. **Única raiz da equação $625^{1-x} = 0{,}008$ é igual a:**
A. $-2{,}25$ B. $-0{,}75$ C. $0{,}25$ D. $0{,}75$ E. $1{,}75$

33. **O conjunto de soluções da inequação $8\left(5-\sqrt{33}\right)^{x^3} > 5 + \sqrt{33} > 0$ é:**
A. $]-1;1[$ B. $]-\infty;-1[$ C. $]-\infty;-1[\, \cup\,]1;+\infty[$ D. $]-1;+\infty[$ E. $\emptyset$

34. **Qual é o conjunto das raízes reais da equação $2^{2|x|} + 2^{1+|x|} = 8$?**
A. $\emptyset$ B. $\{-2;2\}$ C. $\{-2;-1;1;2\}$ D. $\{-1;1\}$ E. $\{-\log_2 3;-1;1;\log_2 3\}$

35. Na figura está apresentado o gráfico da função $f(x) = e^x$ e o gráfico da função $g(x)$ sendo que estes gráficos são simétricos em relação à recta $y = x$. **Então, a função $g(x)$ define-se pela expressão:**
A. $g(x) = e^{-x}$ B. $g(x) = -e^x$ C. $g(x) = \ln x$
D. $g(x) = -e^{-x}$ E. $g(x) = -\ln x$



36 O número $\log_2 12 + \frac{1}{\log_3 0.5}$ é igual a:
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. $\log_2 3$

37 Seja $t = \log_{0.1} 53$. Escolha a proposição verdadeira.
A. $|t| > 2$ B. $1 < t < 2$ C. $-1 < t < 0$ D. $-2 < t < -1$ E. $0 < t < 1$

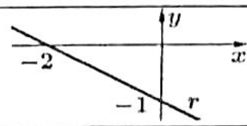
38 A única raiz da equação $\log_{1/4}(-x) + \log_{1/4}(1-x) = -0,5$ é:
A. -4 B. -2 C. -1 D. $-1/2$ E. $-1/4$

39 O conjunto de soluções da inequação $\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}}(x-1) < \log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}}(2x)$ é:
A. $]-1;1[$ B. $]0;+\infty[$ C. $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ D. $]1;+\infty[$ E. $\emptyset$

40 A distância entre pontos $M(-5;4)$ e $N(7;-5)$ no plano é igual a:
A. 15 B. $\sqrt{55}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{74}-\sqrt{41}$ E. 12

41 Qual é a equação da circunferência com centro em $M(-4;3)$ e que passa pela origem do sistema das coordenadas?
A. $(x+4)^2+(y-3)^2=5$ B. $(x-3)^2+(y+4)^2=5$ C. $(x+4)^2+(y-3)^2=25$
D. $(x-4)^2+(y+3)^2=25$ E. $(x-4)^2+(y+3)^2=49$

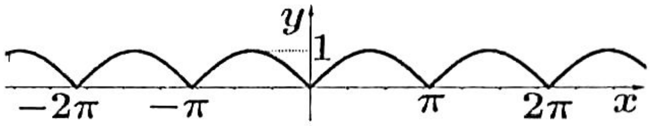
42 Qual é a equação da recta r apresentada na figura ao lado?
A. $2x+y+4=0$ B. $x-2y+2=0$ C. $2x-y+2=0$
D. $2x-y+4=0$ E. $x+2y+2=0$



43 Sejam dados dois pontos no plano $F(4;-1)$ e $G(1;3)$. Denotemos por $\vec{v}$ o vector da norma (comprimento) 1 que tem a mesma direcção e mesmo sentido que o vector $\overrightarrow{FG}$. **Determine as coordenadas do vector $\vec{v}$.**
A. $\left(-\frac{5}{\sqrt{29}};-\frac{2}{\sqrt{29}}\right)$ B. $\left(\frac{3}{5};-\frac{4}{5}\right)$ C. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ D. $\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$ E. $\left(\frac{5}{\sqrt{29}};\frac{2}{\sqrt{29}}\right)$

44 Escolha a igualdade que, em geral, é inválida.
A. $\operatorname{sen}(0{,}5\pi + x) = -\cos x$ B. $\cos^2 \pi x = (1-\operatorname{sen}\pi x)(1+\operatorname{sen}\pi x)$ C. $2\cos^2 x = \cos 2x + 1$
D. $\operatorname{sen}(x-y) = \operatorname{sen} x\cos y - \cos x \operatorname{sen} y$ E. $\cos(\pi - x) = -\cos x$

45 Qual é a função cujo gráfico está apresentado na figura ao lado?
A. $y = \sin|x|$
B. $y = |\sin x|$
C. $y = 1 + 0{,}5\operatorname{sen} x$
D. $y = 1 - 0{,}5\cos x$
E. $y = |\cos x|$



46 Quais são as raízes da equação $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}\cos x + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) = 1$ que pertencem ao intervalo $]-\pi,\pi]$?
A. $-\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{6}$ B. $-\frac{2\pi}{3}$ e $\frac{2\pi}{3}$ C. $-\frac{5\pi}{6},-\frac{2\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$ e $\frac{5\pi}{6}$ D. $-\frac{5\pi}{6}$ e $\frac{5\pi}{6}$ E. $-\frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{3}$

47 Num triângulo, o lado maior mede 1 cm e um dos ângulos internos mede 150°. **Qual é a medida do raio da circunferência circunscrita ao triângulo?**
A. $1/\sqrt{3}$ cm B. $1/2$ cm C. 1 cm D. $2/\sqrt{3}$ cm E. 2 cm

48 A renda mensal R (em milhões de meticais) de uma empresa depende de número dos seus clientes x (em milhares de pessoas) de acordo com a regra $R(x) = x + 4x^2$. **Que número mínimo de clientes fornece a renda mensal da empresa não inferior a três milhões MT?**
A. 500 clientes B. 750 clientes C. 1000 clientes D. 1250 clientes E. 1500 clientes

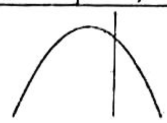
49 Qual é o conjunto de todos os $x \in \mathbb{R}$ que satisfazem a condição $3 < 4x - x^2 < 5$?
A. $\emptyset$ B. $]-\infty;1[\cup]3;+\infty[$ C. $]3;+\infty[$ D. $]1;3[$ E. $\mathbb{R}$

50 Sejam t e s raízes diferentes da equação $x^2 - 423x + 846 = 0$. **Então, o número $\frac{t^2s-ts^2}{t^2-s^2}$ é igual a:**
A. 357858^{-1} B. 0 C. $2\sqrt{423}$ D. $-0{,}5$ E. 2

51 Quantas raízes reais diferentes tem a equação $x^5 + 23x^3 - 475x = 0$?
A. um B. dois C. três D. quatro E. cinco

52 Qual é o conjunto de valores do parâmetro real h, tais que a equação $x(2-x) = h$ tem duas raízes reais diferentes?
A. $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ B. $]-\infty;1[$ C. $]-1;+\infty[$ D. $]1;+\infty[$ E. $]-\infty;-1[$

53 Os parâmetros da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ cujo gráfico está apresentado na figura satisfazem a condição:
A. $a>0,\ b>0, c>0$ B. $a>0,\ b<0, c<0$ C. $a<0,\ b>0, c>0$
D. $a<0,\ b<0, c>0$ E. $a<0,\ b<0, c<0$



54 Sejam dados os intervalos $X = [0;2]$ e $Y = [1;3]$. **Qual é o conjunto $(X \cup Y)\setminus(X \cap Y)$?**
A. $[0;3]$ B. $[1;2]$ C. $]1;2[$ D. $\mathbb{R}\setminus[0;3]$ E. $[0;1[\cup]2;3]$

55 De 40 alunos duma turma, 25 gostam de Álgebra, 23 gostam de Geometria, e 9 alunos não gostam nem de Álgebra nem de Geometria. **Quantos alunos da turma gostam de Álgebra e de Geometria?**
A. 17 B. 21 C. 20 D. 19 E. 15

56 O número real $\frac{1}{\sqrt{17}-4} - \frac{8}{\sqrt{17}+3}$ é igual a:
A. 1 B. $2\sqrt{17}$ C. $2\sqrt{17}+1$ D. 7 E. $2\sqrt{17}+7$

57	**O número real** $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)(\sqrt{2}+\sqrt{3}+1)$ **é igual a:** A. 6 B. $2\sqrt{2}$ C. 1 D. $2\sqrt{3}$ E. 9
58	**Qual é a solução do sistema de inequações** $\begin{cases}3-x\geq 4\\4+x\geq 3\end{cases}$ **?** A. $\{-1\}$ B. $]-\infty;-1[$ C. $]-1;1[$ D. $]-1;+\infty[$ E. $]-\infty;+\infty[$
59	**O resultado da decomposição do polinómio** x^3-x^2-x+1 **em factores é:** A. $(x+1)^2(x-1)$ B. $(x-1)^3$ C. $(x-1)(x^2+1)$ D. $(x+1)^3$ E. $(x-1)^2(x+1)$
60	**Qual é a expressão equivalente à expressão** $\frac{(t^3+1)(1-t)}{1-t+t^2}$ **?** A. t^2 B. $2t(t+1)$ C. $1-t^2$ D. $2t(1-t)$ E. $1+t^2$

Fim!