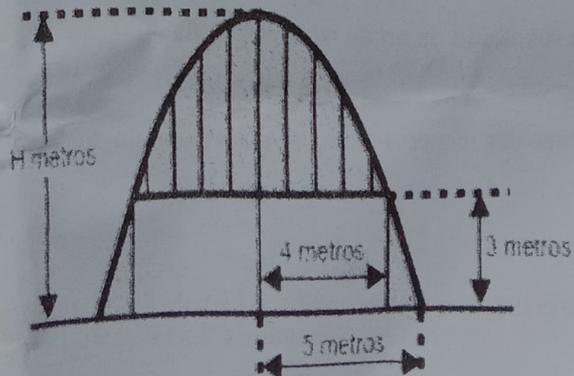




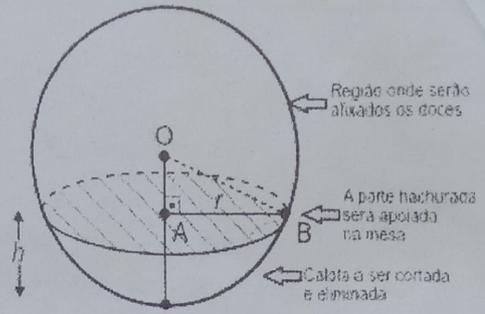
Comissão de Exames de Admissão  
EXAME DE MATEMÁTICA - 2024

1. A prova tem a duração de 120 minutos e contempla 5 páginas e 40 questões.
2. Confira o seu código de candidatura.
3. Para cada questão, assinale apenas a alternativa correcta.
4. Não é permitido o uso de qualquer dispositivo electrónico (máquina de calcular, telemóvel, etc.).

1. Qual é a expressão equivalente a  $\sim p \vee q$ ?  
A.  $p \Leftrightarrow q$                       B.  $p \Rightarrow q$                       C.  $p \wedge q$                       D.  $p \vee q$
2. Considere a afirmação: "Se hoje é sábado, amanhã não trabalharei." Qual é a negação dessa afirmação?  
A. Se hoje não é sábado, amanhã trabalharei.                      B. Hoje não é sábado ou amanhã trabalharei.  
C. Se hoje não é sábado, amanhã não trabalharei                      D. Hoje é sábado e amanhã trabalharei.
3. Qual é o valor de  $\log_2 \sqrt{8} - \log_{\sqrt{8}} 2$ ?  
A.  $-\frac{5}{6}$                       B.  $\frac{5}{6}$                       C.  $-\frac{6}{5}$                       D.  $\frac{6}{5}$
4. Em qual das equações a soma das raízes é  $-\frac{5}{2}$ ?  
A.  $-2x^3 + 5x^2 - 7x = 0$                       C.  $2x^3 - 5x^2 + 7x = 0$   
B.  $2x^3 - 5x^2 - 7x = 0$                       D.  $2x^3 + 5x^2 - 7x = 0$
5. Qual é a soma dos zeros da função  $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ ?  
A. 0                      B. 5                      C. 4                      D. -5
6. Qual é o produto das raízes da equação  $\sqrt{2x-4} = x-2$ ?  
A. 6                      B. 8                      C. 4                      D. 2
7. Qual é o valor numérico da expressão  $\frac{\frac{1}{2} - \operatorname{tg}(45^\circ)}{1 - \cos(30^\circ)} + \frac{1 - \operatorname{sen}(30^\circ)}{1 + \operatorname{sen}(60^\circ)}$ ?  
A.  $-2\sqrt{3}$                       B. -4                      C. 4                      D.  $2\sqrt{3}$
8. Um armazém tem uma cobertura com formato de uma parábola. A figura ao lado mostra uma vista frontal da cobertura com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos. Qual é a medida da altura H, em metros?  
A.  $\frac{16}{3}$                       B.  $\frac{25}{4}$   
C.  $\frac{31}{5}$                       D.  $\frac{25}{3}$

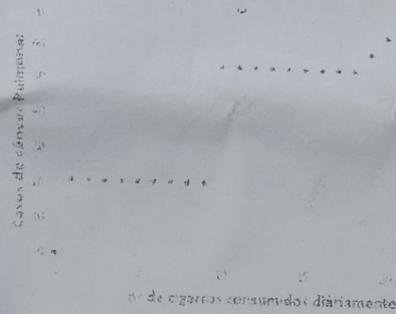


9. Um chefe de cozinha planeia decorar uma mesa de festa infantil com uma melancia esférica de 10 cm de diâmetro. Ele pretende cortar uma calota esférica da melancia, deixando uma área circular com raio mínimo de 3 cm, para garantir estabilidade e não rolar na mesa. O objectivo é maximizar a área dessa superfície para dispor os doces. Para atingir todos os seus objectivos, qual deverá ser a altura  $h$ , em centímetro, de acordo com a figura?



- A.  $5 - \sqrt{91}$       B.  $10 - \sqrt{91}$       C. 1      D. 4

10. A hipótese de que o tabagismo causa câncer de pulmão surgiu de observações clínicas e foi posteriormente investigada através de estudos epidemiológicos. Um desses estudos, que correlacionou a incidência de câncer de pulmão com a quantidade de cigarros fumados diariamente, é representado no gráfico ao lado. De acordo com as informações do gráfico, qual das afirmações a seguir é verdadeira?



- A. O consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.  
 B. O consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.  
 C. O consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas directamente proporcionais.  
 D. O consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

11. Qual das alternativas é equivalente à expressão  $\frac{\text{sen}(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\text{tg}(\pi - x)}$ ?

- A.  $-2\text{sen}(x)$       B. 0      C.  $-2\cos(x)$       D.  $2\cos(x)$

12. Que valores  $k$  pode tomar, para que a equação  $|3 - 2x| = 5 - k$  NÃO tenha solução?

- A.  $]5, +\infty[$       B.  $[5, +\infty[$       C.  $] -\infty, 5]$       D.  $] -\infty, 5[$

13. Qual é a soma das raízes da equação  $|3 - 2x| = 5$ ?

- A. 2      B. 3      C. 0      D. 1

14. Qual é o valor de  $m$  de modo que a polinómio  $x^2 + 2x + 3 - m = 0$  seja divisível por  $x + 1$ .

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

15. Qual é o resultado da soma da solução da equação  $2^{x+3} - 2^{x+2} - 2^{x+1} = 1$  com 6?

- A. 3      B. 4      C. 7      D. 5

16. No conjunto dos números reais, qual é o domínio de existência de uma expressão racional inteira?

- A.  $\mathbb{R}$       B.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$       C.  $\mathbb{R}^+$       D.  $\mathbb{R}_0^+$

17. Qual é a classificação da função  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 4}$  quanto à paridade?

- A. par      B. ímpar      C. não é par nem ímpar      D. par e ímpar

Que valores  $k$  pode tomar, para que a equação  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & k \\ 1 & k & 0 \\ 0 & k & 1 \end{vmatrix} = 3$  seja verdadeira?

- A. 3                                      B. 2                                      C. -2 e 2                                      D. -3 e 3

19. Qual é a expressão equivalente a  $\frac{(n+1)! - n!}{(n+1)!}$ ?

- A.  $\frac{n}{n-1}$                                       B.  $\frac{n}{n+1}$                                       C.  $\frac{n+1}{n}$                                       D.  $\frac{n-1}{n}$

20. Qual das alternativas é equivalente à expressão  $C_{n-p}^n$ ?

- A.  $A_p^n$                                       B.  $P_n$                                       C.  $A_{n-p}^n$                                       D.  $C_p^n$

21. A ementa de um restaurante oferece duas variedades de sopa, quatro opções de pratos principais (peixe ou carne) e três escolhas de sobremesas. Considerando uma sopa, um prato principal e uma sobremesa por refeição, quantas combinações distintas de refeições podem ser servidas?

- A. 168                                      B. 3                                      C. 60.480                                      D. 504

22. Várias pessoas encontraram-se numa festa, tendo cada uma delas cumprimentado cada uma das outras com um aperto de mão. Alguém teve a paciência de contar e observou que houve exactamente 36 apertos de mãos. Quantas pessoas estavam na festa?

- A. 6                                      B. 8                                      C. 9                                      D. 10

23. Dentro de uma caixa, há um total de 20 bolas, distribuídas da seguinte forma: 8 são vermelhas, 3 são brancas e 9 são azuis. Ao extrair uma bola aleatoriamente desta caixa, qual é a probabilidade de que a bola seleccionada não seja vermelha?

- A.  $\frac{9}{20}$                                       B.  $\frac{3}{5}$                                       C.  $\frac{2}{5}$                                       D.  $\frac{3}{20}$

24. Sendo  $f(2x-3) = 4x+1$ , qual é o valor de  $f(5)$ ?

- A. 15                                      B. 16                                      C. 17                                      D. 18

25. Qual é o domínio de existência da função  $y = \sqrt{1-x^2} - \frac{1}{x-1}$ ?

- A.  $x \in [-1, 1[$                                       B.  $x \in [-1, 1]$                                       C.  $x \in ]-\infty; -1] \cup ]1; +\infty[$                                       D.  $x \in ]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$

26. Se  $f$  e  $g$  são funções reais dados por  $f(x) = 3x+1$  e  $g(x) = \log_2(x+1) - 5$ . Qual é o valor da expressão  $f \circ g(0)$ ?

- A. 4                                      B. -4                                      C. 14                                      D. -14

27. Considere a sucessão de termo geral  $u_n = \frac{6n-1}{n+5}$ . Qual é a ordem do termo 5?

- A. 24                                      B. 26                                      C. 28                                      D. 22

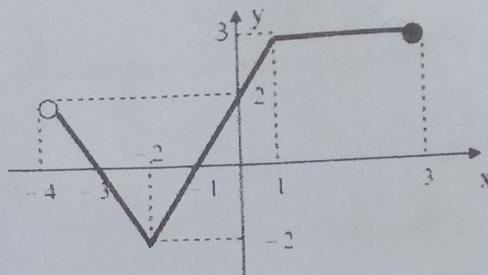
28. Numa progressão, aritmética sabe-se que  $u_5 = 10$  e  $u_8 = 16$ . Qual é a razão?

- A. -2                                      B. 3                                      C. 2                                      D. 4

29. Numa progressão geométrica, sabe-se que  $u_1 = -1$  e  $u_{n+1} = 2 \cdot u_n$ . Qual é a soma dos 10 primeiros termos da P.G.?

- A. -1024                                      B. -1023                                      C. 1023                                      D. 1024

30. Considere a função representada pela figura ao lado. Quais são as abscissas dos pontos em que a função **NÃO** é derivável?



- A. -2                                      B. 1  
C. -2 e 1                                  D. ]1, 3[

31. Qual a derivada da função  $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + 2}$  ?

- A.  $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 2}$                                       B.  $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 2}}$   
C.  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$                                       D.  $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 2}$

32. Sendo  $f(x) = 2^{x-1} + 3$  uma função de  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Qual é a sua função inversa?

- A.  $f^{-1}(x) = \log_2(x+3) + 1$                                       C.  $f^{-1}(x) = \log_2(x+3) - 1$   
B.  $f^{-1}(x) = \log_2(x-3) - 1$                                       D.  $f^{-1}(x) = \log_2(x-3) + 1$

33. Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$  ?

- A. 4    B. 0    C. -4    D.  $\infty$

34. Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5+3x+7x^3}{2x^2-3}$  ?

- A.  $-\frac{2}{7}$     B. 0    C.  $\infty$     D.  $\frac{2}{7}$

35. Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2}$  ?

- A. 2    B.  $\frac{1}{2}$     C. 0    D.  $\infty$

36. Considere a função  $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ \frac{1-x}{x-2}, & \text{se } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ . Qual é a afirmação correcta?  $f(x)$  é....

- A. contínua em  $x = 2$     B. descontínua da 1ª espécie em  $x = 2$   
C. descontínua eliminável em  $x = 2$     D. descontínua da 2ª espécie em  $x = 2$

37. Quais são as equações da assíntota vertical da função  $\frac{1-2x^2}{x^2-4}$  ?

- A.  $x = -2$     B.  $x = 0$     C.  $x = 2$     D.  $x = -2$  e  $x = 2$

38. Em que intervalo a função  $f(x) = x^3 - 12x + 4$  é decrescente?

- A.  $[2, +\infty[$     B.  $]-\infty, -2]$     C.  $]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$     D.  $]-2, 2[$

39. Um agricultor tem 200 metros de rede e deseja vedar um terreno retangular que está ao lado de um rio. O terreno deve ser vedado em três lados, pois o rio fará o limite do quarto lado. Considere C o comprimento do terreno (paralelo ao rio) e L a largura do terreno (perpendicular ao rio). Quais devem ser as dimensões do terreno para que este tenha a área máxima possível?

- A.  $C = 50m$  e  $L = 100m$     B.  $C = 20m$  e  $L = 10m$   
C.  $C = 100m$  e  $L = 50m$     D.  $C = 10m$  e  $L = 20m$

Em que ponto o gráfico da função  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$  muda o sentido da concavidade?

A.  $P\left(1, \frac{1}{3}\right)$

B.  $P\left(-1, -\frac{1}{3}\right)$

C.  $P\left(-1, \frac{1}{3}\right)$

D.  $P\left(1, -\frac{1}{3}\right)$

FIM!

---

RASCUNHO